

- 29) Herschel, der große Astronom, war 42 J. 3 Mon. 8 Tg. alt, als er am 13. März 1781 den Planeten Uranus entdeckte. Er starb 1822 den 27. August.
a) Wann wurde er geboren? b) Wie alt ist er geworden? c) Wie lange hat er nach der Entdeckung des Uranus noch gelebt?
- 30) R erhielt einen Paß, der am 5. August 1883 ausgestellt wurde und auf 1 J. 2 Mon. 10 Tg. gültig war. Bis zu welchem Datum war der Paß gültig?
- 31) Wann starben folgende Personen: a) Uhland, geboren am 26. April 1787, alt 75 J. 6 Mon. 17 Tg., b) Kopernikus geboren am 19. Febr. 1473, alt 70 J. 3 Mon. 5 Tg., c) Newton, geb. am 25. Dezember 1642, alt 85 J. 2 Mon. 23 Tg.?
- 32) Friedrich der Große, geboren am 24. Januar 1712, erreichte ein Alter von 74 J. 6 Mon. 24 Tg. Wann ist er gestorben?
- 33) Der siebenjährige Krieg begann den 29. August 1756. Er dauerte 6 J. 5 M. 17 Tg. Wann wurde er beendet?
- 34) Christoph Columbus segelte den 3. August 1492 aus dem Seehafen von Palos ab und entdeckte 2 Mon. 9 Tg. später die Insel Guanahani. Welches Datum schrieb man?

Vierter Abschnitt.

Teilbarkeit der Zahlen. Zerlegen in Faktoren.

(Mündlich.)

- 1) Durch welche Zahlen sind die Zahlen: 1, 2, 10 teilbar?

Eine Zahl ist durch eine andere Zahl teilbar, wenn sie durch diese geteilt, eine ganze Zahl zum Quotienten gibt.

Die zu teilende Zahl heißt dann ein Vielfaches der zweiten Zahl, die zweite Zahl ein Teiler oder Maß von der ersten.

- 2) Nenne einige Vielfache von: 1, 2, 3, 8, 7, 10!
 - 3) Wodurch sind alle Vielfache von jeder dieser Zahlen wieder teilbar?
 - 4) Welche 2 Teiler hat jede Zahl mit Ausnahme der Zahl 1?
 - 5) Welche von den Zahlen: 4, 8, 11, 15, 19, 26 sind einfache Zahlen oder Primzahlen, welche zusammengesetzte Zahlen?
 - 6) Gib die Primzahlen an, welche im Zahlenraum von:
a) 1 bis 10, b) 10 bis 20, c) 20 bis 30, d) 30 bis 40 vorkommen!
 - 7) Welches sind die Faktorenpaare von: a) 10, b) 21, c) 25, d) 18, e) 24, f) 35, g) 39, h) 49, i) 77?
 - 8) Nenne Zahlen, die: a) gleiche, b) ungleiche Faktorenpaare haben!
 - 9) Nenne Zahlen, deren Faktorenpaare: a) einfache, b) zusammengesetzte Zahlen, c) einfache und zusammengesetzte Zahlen sind!
 - 10) Von folgenden Zahlen gib die Faktorenpaare an und zerlege diese in Grund- oder Primfaktoren: a) 20, b) 45, c) 36, d) 72, e) 98, f) 64, g) 81!
 - 11) Zerlege die Zahlen 1 bis 100 in ihre Primfaktoren!
 - 12) Nenne Zahlen, die: a) 3 gleiche, b) 3 ungleiche c) 2 gleiche und 2 ungleiche Primfaktoren haben!
-
- 13) Durch welche Zahl ist: a) 21 und 15, b) $21 + 15$, c) $21 - 15$ teilbar?
 - 14) 90 ist durch 10 teilbar, warum auch durch 2 und 5?
 - 15) Welche der Zahlen: a) $10 \cdot 6$, b) $100 \cdot 7$, c) $900 + 60$, d) 850, e) $80 + 2$, f) 192 sind durch 10 teilbar und warum?
 - 16) Warum ist eine Zahl, die keine Einer hat, durch a) 5, b) 2 teilbar?
 - 17) Von welchen der Zahlen: a) 70, b) 36, c) 85, d) 320, e) $130 + 4$, f) 243 bildet 5 einen Teiler? Welche Einerstellen können bei den Vielfachen von 5 nur vorkommen? Welche Zahlen sind durch 5 teilbar?
 - 18) Nenne die Vielfachen von 2! Welche Einerstellen können bei den Vielfachen von 2 nur vorkommen? Wann wird eine Zahl eine gerade, wann eine ungerade genannt? Welche Zahlen sind durch 2 teilbar?

- 19) Nenne einige 3stellige Zahlen, die durch a) 10, b) 5, c) 2 teilbar sind!
- 20) Kann eine Zahl Einer und Zehner enthalten, wenn dieselbe durch 100 teilbar ist? Welche Einheiten können also nur vorhanden sein?
- 21) Ist 100 durch 4 teilbar? Welche höheren Einheiten einer Zahl sind also immer durch 4 teilbar? Wie müssen demnach die Einer und Zehner einer Zahl beschaffen sein, damit die Zahl durch 4 teilbar ist? Wann ist eine Zahl durch 4 teilbar? — Beantworte dieselben Fragen statt für die Zahl 4 für die Zahl 25!
- 22) Welche der Zahlen a) 200, b) 324, c) 325, d) 500, e) 548, f) 550, g) 774, h) 775, i) 776, k) 826, l) 950 sind 1) durch 100, 2) durch 4, 3) durch 25 teilbar?
- 23) Gib 10 Zahlen an, die sich: a) sowohl durch 4, als auch durch 25, b) nur durch 4, oder nur durch 25 teilen lassen! Welche Zahlen sind durch 4, welche durch 25 teilbar?
- 24) Welche Einheiten von den Einern aufwärts sind durch 1000 teilbar? — Welche andern Teiler haben diese noch?
- 25) Wieviel Einer bleiben Rest, wenn man durch 9 teilt: a) 10, b) 100, c) 1000, d) mehrere Zehner, Hunderter oder Tausender?
- 26) Welchen Rest lassen bei der Division durch 9: a) $300 + 20$, b) 530, c) 1300, d) $100 + 20 + 4$, e) 215, f) 321, g) 467, h) 546, i) 734, k) 274 übrig?
- 27) Wie findet man rasch die Summe der einzelnen Reste, die sich ergeben, wenn man die Zahlen: a) 182, b) 345, c) 441, d) 819, e) 351, f) 585, g) 637, h) 765, i) 474 stellenweise durch 9 teilt? — Welche dieser Restsummen sind noch durch 9, welche durch 3 teilbar? Wie erhält man die Quersumme einer Zahl? Welche Zahlen sind durch 9, welche durch 3 teilbar?
- 28) Suche von: a) 288, b) 324, c) 531, d) 639, e) 711, f) 864, g) 1063, h) 372, i) 555 die Quersumme und bestimme daraus, welche dieser Zahlen: a) durch 9, b) durch 3 teilbar sind!
- 29) Gib an, welche von den Zahlen: 1) 252, 2) 840, 3) 405, 4) 756, 5) 541 durch a) 2, b) 3, c) 4, d) 5, e) 9, f) 10 teilbar sind!

Merke: 1) Eine Zahl ist durch **10** teilbar, wenn sie mit einer Null endigt; durch **100** ist sie teilbar, wenn ihre 2 letzten Stellen, durch **1000**, wenn ihre 3 letzten Stellen Nullen sind.

2) Eine Zahl ist durch **5** teilbar, wenn sie mit 5 oder 0 endigt; durch **2** sind alle graden Zahlen teilbar.

3) Durch **25** oder **4** ist eine Zahl teilbar, deren 2 letzte Stellen als eine Zahl betrachtet durch 25 oder 4 teilbar sind.

4) Durch **9** oder **3** ist eine Zahl teilbar, wenn die Summe ihrer Ziffern (Quersumme) durch 9 oder 3 teilbar ist.

- 30) Welchen gemeinschaftlichen Faktor haben die Zahlen:
a) 5 u. 7, b) 17 und 18, c) 25 u. 36? — Was sind Primzahlen unter sich?
- 31) Welches ist der gemeinschaftliche Teiler der Zahlen:
a) 10 u. 15, b) 6 u. 9, c) 14 u. 21, d) 65 u. 91?
- 32) Gib von folgenden Zahlenpaaren alle gemeinschaftlichen Faktoren an: a) 30 und 35, b) 51 u. 68, c) 30 u. 42, d) 60 u. 75, e) 70 u. 42, f) 57 u. 95, g) 54 u. 90!
- 33) a) 24 ist ein Teiler von 120 u. 168; b) 36 ist ein Teiler von 108, 180 u. 252; welche Teiler haben:
1) 120 u. 168, 2) 108, 180 u. 252 noch? Was versteht man unter dem größten gemeinschaftlichen Maß oder Teiler mehrerer Zahlen?
- 34) Mehrere Zahlen haben die gemeinschaftlichen Faktoren:
a) 2 u. 3, b) 2, 3 u. 5, c) 2, 2 u. 5, d) 2, 3, 3 u. 5; welches ist ihr größter gemeinschaftlicher Teiler?
- 35) Welches ist die größte Zahl, die aufgeht in: a) 13 u. 104, b) 15 u. 165, c) 30 u. 40, d) 21 u. 35, e) 12 u. 18, f) 26 u. 39, g) 38 u. 95, h) 36 u. 84?
- 36) Durch welche einfachen Zahlen müssen die Zahlenpaare:
a) 56 u. 72, b) 27 u. 45, c) 72 u. 96 nacheinander dividiert werden, damit man Primzahlen unter sich erhält? — Welches ist der größte gem. T. dieser Zahlen?
- 37) Suche von folgenden Zahlenpaaren den größten gemeinschaftlichen Teiler: a) 21 u. 28, b) 24 u. 42, c) 18 u. 30, d) 16 u. 24, e) 18 u. 63, f) 72 u. 30, g) 96 u. 36, h) 24 u. 60, i) 42 u. 66!
- 38) Stelle im Zahlenraum von 1 bis 100 zwei beliebige Zahlen zusammen und gib deren größten gemeinschaftlichen Teiler an!

- 39) Welche Zahlen sind: a) in $5 \cdot 7$, b) in $2 \cdot 3 \cdot 5$, c) in $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$, d) in $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$ ohne Rest enthalten?
- 40) Nenne Zahlen, die in: a) 12, b) 36, c) 105 ohne Rest enthalten sind!
- 41) Von welchen Zahlen ist: a) 6, b) 35, c) 18, d) 12, e) 60 ein Vielfaches?
- 42) Nenne Zahlen, in denen: a) 7 u. 2, b) 5 u. 18 enthalten sind!
- 43) Nenne Zahlen, die ein gemeinschaftliches Vielfaches von: a) 2 u. 3, b) 7 u. 5, c) 3 und 6, d) 2, 3 u. 4, e) 3, 6 u. 5 bilden!
- 44) Welches ist die kleinste Zahl, in der: a) 5 u. 10, b) 9 u. 18, c) 75 und 150, d) 5, 6 u. 30, e) 3 u. 5, f) 7 u. 9, g) 11 u. 13, h) 3, 5 u. 7 ohne Rest enthalten sind? (Kleinste gemeinschaftliches Vielfache.)
Wie findet man das kl. g. Vielfache, wenn: a) die kleinere Zahl in der größeren enthalten, b) wenn die einzelnen Zahlen Primzahlen unter sich sind?
- 45) Welche Faktoren muß eine Zahl enthalten, in der 15, und welche, in der auch 10 ohne Rest aufgeht? Welchen Faktor der Zahl 10 hat man demnach bei Bildung des kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen von 15 und 10 unberücksichtigt zu lassen?
- 46) Welches ist die kleinste Zahl, in der: a) $2 \cdot 5$ u. $3 \cdot 5$, b) $3 \cdot 7$ u. $5 \cdot 7$, c) 14 u. 10, d) 39 u. 27, e) 15 u. 25, f) 55 u. 22 enthalten sind?
- 47) Bilde das kl. gemeinschaftliche Vielfache von:
a) $2 \cdot 2 \cdot 3$ u. $2 \cdot 5$, b) $2 \cdot 3 \cdot 3$ u. $3 \cdot 5$, c) 6 u. 4, d) 15 u. 9, e) 12 u. 15, f) 4, 9 u. 12!
- 48) Desgleichen von: a) 24 u. 56, b) 30 u. 75, c) 42 u. 56, d) 54 u. 72, e) 38 u. 57, f) 25 und 60, g) 36 u. 90, h) 72 u. 108!

Dividiere eine der zwei Zahlen durch den größten gemeinschaftlichen Teiler beider und multipliziere mit dem erhaltenen Quotienten die andere Zahl!

(Schriftlich.)

- 49) Welche von folgenden Zahlen: a) 935, b) 8 350, c) 4 436, d) 2 175, e) 1 240 sind durch 1) 10, 2) 5, 3) 2 teilbar?

- 50) Gib die Reste an, welche die Zahlen: a) 3 539, b) 7 205, c) 28 139 bei der Division durch 10, 5 u. 2 übrig lassen, ohne die Division selbst auszuführen!
- 51) Welche der folgenden Zahlen: a) 596, b) 8 144, c) 6 300, d) 7 145, e) 6 184, f) 3 900 lassen sich durch 1) 100, 2) 25, 3) 4 ohne Rest teilen?
- 52) Welche Reste lassen die Zahlen: a) 37 226, b) 45 007, c) 12 379 bei der Division durch 100, 25 u. 4 übrig?
- 53) Gib von folgenden Zahlen diejenigen an, welche durch 1) 9, 2) 3 teilbar sind: a) 315, b) 729, c) 3 516, d) 71 355!
- 54) Welche Reste lassen die Zahlen: a) 12 458, b) 25 268, c) 37 118 bei der Division durch 1) 9, 2) 3 übrig?
- 55) In welchen der Zahlen: a) 375, b) 336, c) 12 000, d) 12 016, e) 13 625, f) 8 128, g) 7 632, h) 29 544 ist 1) 1 000, 2) 125, 3) 8 ohne Rest enthalten?
- 56) Durch welche der Zahlen: a) 2, b) 3, c) 4, d) 5, e) 8, f) 9, g) 10 sind die Zahlen: 5 112, 5 040, 717, 13 460, 18 009, 6 768, 13 440, 79 560 teilbar?
- 57) Welche der folgenden Zahlen sind durch: 1) 2 u. 3, 2) 3 u. 4, 3) 3 u. 5 teilbar: a) 72 246, b) 80 148, c) 31 710, d) 29 160, e) 15 435, f) 15 480, g) 6 750?
- 57₁) Setze in 7^*28 , 37^*6 , 5^*39 , 16^*24 , 917^* , 38^*2 , 59^*6 an Stelle des * die Ziffern ein, die eine durch a) 3, b) 4, c) 6, d) 8, e) 9 teilbare Zahl ergeben!
- 58) Bilde einige 3- und mehrstellige Zahlen, die durch a) 6, b) 12, c) 15 teilbar sind.

- 59) Wieviel und welche Primzahlen kommen im Zahlenraum von: a) 1 bis 100, b) 1 bis 150 vor?

Merke: Die Primzahlen der Zahlen 1 bis 100 findet man nach dem „Sieb des Eratosthenes“ in folgender Weise: Man schreibt diese Zahlen der Reihe nach hin. Die Zahlen 1, 2 und 3 sind Primzahlen; das Vielfache von 2, also jedesmal die folgende zweite Zahl der Reihe, ebenso das Vielfache von 3, d. i. jedesmal die folgende dritte Zahl, wird als zusammengesetzte Zahl gestrichen. In gleicher Weise verfährt man mit dem Vielfachen der nun folgenden Primzahlen 5 und 7. Die noch bleibenden Zahlen sind die gesuchten Primzahlen.

- 60) Zerlege folgende Zahlen in ihre Primfaktoren: a) 140, b) 260, c) 365, d) 432, e) 560, f) 576, g) 836, h) 1 050, i) 1 080, k) 1 000, l) 3 075, m) 31 328!
 $140 = 2 \cdot 70 = 2 \cdot 2 \cdot 35 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7$

$$\begin{array}{r} \text{Ober: } 140 \overline{) 2} \\ \underline{70} \\ 35 \\ \underline{7} \\ 140 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 \end{array}$$

Um eine Zahl in Primfaktoren zu zerlegen, dividiert man dieselbe durch ihren kleinsten Teiler u. wiederholt dieses Verfahren an den folgenden Quotienten, bis man auf einen Quotienten kommt, der eine Primzahl ist.

- 61) Welches ist der größte gemeinschaftliche Teiler zwischen 420 und 630?

$$\begin{array}{r} 420 \overline{) 2} \\ \underline{210} \\ 105 \\ \underline{35} \\ 7 \\ 630 \overline{) 2} \\ \underline{315} \\ 105 \\ \underline{35} \\ 7 \end{array}$$

Der größte gemeinschaftliche Teiler mehrerer Zahlen wird gefunden, indem man aus den Faktoren, die allen Zahlen gemeinschaftlich sind, ein Produkt bildet.
 $x = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$.

- 62) Suche durch Zerlegung in Primfaktoren den größten gemeinschaftlichen Teiler von: a) 400 u. 680, b) 320 u. 450, c) 540 u. 756, d) 448 u. 576, e) 360 u. 1024, f) 510 u. 612, g) 351 u. 585, h) 675 u. 600, i) 1575 u. 1155, k) 1701 u. 891, l) 693 u. 1188!

- 63) Welches ist die kleinste Zahl, in der: a) 2, 5, 7, 9 u. 11, b) 3, 10, 7, 13, 17 ohne Rest enthalten sind?
 64) Welches ist das kleinste gemeinschaftliche Vielfache von: a) 2, 3, 5, 8, 15, 60, 120, b) 2, 6, 10, 12, 30, 45, 180?
 65) Bilde das kleinste gemeinschaftliche Vielfache von: 8, 12, 27, 75!

$$\begin{array}{l} 8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \\ 12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \\ 27 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \\ 75 = 3 \cdot 5 \cdot 5 \end{array}$$

Man zerlegt jede der gegebenen Zahlen in ihre einfachen Faktoren, nimmt von jeder Sorte von Primfaktoren die größere Anzahl derselben und bildet hieraus ein Produkt; dieses ist das gesuchte kleinste g. Vielfache.
 $x = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 5400$

- 66) Suche das kleinste gemeinschaftliche Vielfache von: a) 15, 18 u. 30, b) 27, 50 u. 54, c) 4, 6, 8, 12 u. 16, d) 12, 3, 5 u. 20, e) 9, 12 u. 16, f) 15, 21 u. 28, g) 18, 24 u. 27, h) 3, 4, 8 u. 9, i) 12, 16, 20 u. 24!
 Berücksichtige von den gegebenen Zahlen solche nicht, welche entweder in einer der anderen schon ohne Rest enthalten sind, oder ein Produkt von Primzahlen unter sich bilden, die in andern der gegebenen Zahlen aufgehen. (e)